

ESERCIZI UNITA' B – SOMMARIO**B. PROPRIETÀ E STATI TERMODINAMICI**

B.I. Stato di una sostanza pura: liquido compresso

B.II. Stato e proprietà di una sostanza pura: liquido sottoraffreddato

B.III. Stato di una sostanza pura: miscela satura liquido-vapore

B.IV. Stato e proprietà di una sostanza pura: miscela satura liquido-vapore

B.V. Stato di una sostanza pura: miscela satura liquido-vapore (2)

B.VI. Stato di una sostanza pura: vapore surriscaldato

B.VII. Stato e proprietà di una sostanza pura: vapore surriscaldato

B.VIII. Stato e proprietà di una sostanza pura: vapore surriscaldato (2)

B.IX. Stato e proprietà di una sostanza pura: vapore surriscaldato (3)

B.X. Volume di un vapore surriscaldato

B.XI. Volume di un gas ideale

B.XII. *Proprietà di un gas reale (1)

B.XIII. *Proprietà di un gas reale (2)

B.XIV. *Proprietà dell'aria come gas ideale

B.XV. *Proprietà dell'aria come gas reale

B.XVI. *Proprietà di un gas reale (3)

B.I. Stato di una sostanza pura: liquido compresso– Problema

Si individui lo stato (liquido, miscela saturo liquido-vapore, gas) di una quantità di acqua a temperatura 70°C e pressione 0.40 bar.

– Dati

$$T = 70^{\circ}\text{C}$$

$$p = 0.40 \text{ bar} = 40 \text{ kPa}$$

– Determinare

Stato.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura T data, pari a 70°C:

$$p_{\text{sat}@T} = 31.19 \text{ kPa}$$

Si verifica immediatamente che la pressione è superiore a quella di saturazione:

$$p > p_{\text{sat}@T}$$

Pertanto, lo stato dell'acqua in esame è quello di liquido compresso (ovvero sottoraffreddato).

– Commenti

“Liquido compresso” e “liquido sottoraffreddato” sono espressioni equivalenti.

B.II. Stato e proprietà di una sostanza pura: liquido sottoraffreddato– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua a pressione 8.0 MPa e temperatura 523 K. Inoltre, se ne determini la densità.

– Dati

$$T = 523 \text{ K} = 250^{\circ}\text{C}$$

$$p = 8.0 \text{ MPa}$$

– Determinare

Stato.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Dalle tabelle si ricava la temperatura di saturazione dell'acqua alla pressione p data, pari a 8.0 MPa:

$$T_{\text{sat}@p} = 295.06^\circ\text{C}$$

Si verifica immediatamente che la temperatura è inferiore a quella di saturazione:

$$T < T_{\text{sat}@p}$$

Pertanto, lo stato dell'acqua in esame è quello di liquido sottoraffreddato (ovvero compresso). Essendo i liquidi poco comprimibili, il volume specifico della quantità d'acqua in esame è molto simile al volume specifico del liquido saturo alla stessa temperatura T , pari a 250°C . Da tabella si ricava:

$$v \cong v_{1,\text{sat}@T} = 0.001251 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La densità massica è infine pari al reciproco del volume specifico.

$$\rho = 1/v = 799 \text{ kg/m}^3$$

– Commenti

Con l'eccezione dell'entalpia, le proprietà termodinamiche (volume specifico, energia interna specifica, entropia specifica) di un liquido sottoraffreddato ad una certa pressione e temperatura sono in generale assimilabili alle proprietà del liquido saturo alla stessa temperatura, a meno che il liquido non si trovi a pressioni notevolmente maggiori del valore di saturazione.

Nel caso in esame si ha, per l'energia interna:

$$u \cong u_{1,\text{sat}@T} = 1080.39 \text{ kJ/kg}$$

e, per l'entropia:

$$s \cong s_{1,\text{sat}@T} = 2.7927 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Per quel che concerne l'entalpia specifica, si può rilevare che:

$$\begin{aligned} h &= u + p \cdot v \cong u_{1,\text{sat}@T} + p \cdot v_{1,\text{sat}@T} \equiv u_{1,\text{sat}@T} + p_{\text{sat}@T} \cdot v_{1,\text{sat}@T} + (p - p_{\text{sat}@T}) \cdot v_{1,\text{sat}@T} = \\ &= h_{1,\text{sat}@T} + (p - p_{\text{sat}@T}) \cdot v_{1,\text{sat}@T} \end{aligned}$$

Per stimare l'entalpia di un liquido sottoraffreddato si deve quindi sommare all'entalpia del liquido saturo posto alla stessa temperatura la differenza tra pressione del liquido e pressione di saturazione (alla stessa temperatura) moltiplicata per il volume specifico del liquido saturo. L'entalpia specifica del liquido saturo e la pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura data T di 250°C si ricavano da tabella:

$$p_{\text{sat}@T} = 3.973 \text{ MPa} = 3.973 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$h_{1,\text{sat}@T} = 1085.36 \text{ kJ/kg} = 1.08536 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Pertanto, l'entalpia specifica della quantità di acqua considerata vale:

$$h = h_{1,\text{sat}@T} + (p - p_{\text{sat}@T}) \cdot v_{1,\text{sat}@T} \cong 1.09040 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 1090.40 \text{ kJ/kg}$$

B.III. Stato di una sostanza pura: miscela satura liquido-vapore– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua a temperatura 300.15 K e pressione 3.600 kPa.

– Dati

$$T = 300.15 \text{ K} = 27.00^\circ\text{C}$$

$$p = 3.600 \text{ kPa}$$

– Determinare

Stato.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

In tabella sono disponibili i valori della pressione di saturazione dell'acqua a temperatura 25°C e a temperatura 30°C:

$$T_1 = 25^\circ\text{C}$$

$$p_1 \equiv p_{\text{sat}@T_1} = 3.169 \text{ kPa}$$

$$T_2 = 30^\circ\text{C}$$

$$p_2 \equiv p_{\text{sat}@T_2} = 4.246 \text{ kPa}$$

La pressione di saturazione alla temperatura T data si può ricavare per interpolazione lineare dei dati disponibili:

$$p_{\text{sat}@T} = p_1 + (p_2 - p_1) \cdot \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = 3.600 \text{ kPa}$$

Tale valore coincide con la pressione dell'acqua in esame, che quindi è in condizioni di saturazione.

– Commenti

Non sono disponibili informazioni utili a determinare il titolo, vale a dire la frazione in massa della quantità di acqua considerata che si trova nello stato di vapore. Pertanto, lo stato non è determinato univocamente e può essere quello di liquido saturo, miscela satura liquido-vapore o vapore saturo secco.

B.IV. Stato e proprietà di una sostanza pura: miscela satura liquido-vapore– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua con densità 5.0 g/L e pressione 2.321 bar. Si determinino inoltre la temperatura dell'acqua e l'entalpia specifica.

– Dati

$$\rho = 5.0 \text{ g/L} = 5.0 \text{ kg/m}^3$$

$$p = 2.321 \text{ bar}$$

– Determinare

Stato, temperatura, entalpia specifica.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Il volume specifico è pari all'inverso della densità massica:

$$v = 1/\rho = 0.200 \text{ m}^3/\text{kg}$$

I valori del volume specifico alla pressione p data in condizioni di saturazione possono essere ricavati dalle tabelle delle proprietà termodinamiche dell'acqua. In particolare, si ricava che il volume specifico del liquido saturo vale:

$$v_l \equiv v_{l,\text{sat}@p} = 0.001065 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Il volume specifico del vapore saturo secco vale:

$$v_v \equiv v_{v,\text{sat}@p} = 0.7706 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Si verifica immediatamente che:

$$v_l < v < v_v$$

Pertanto, l'acqua in esame è in condizioni di saturazione. La sua temperatura è pari alla temperatura di saturazione alla pressione p data, che da tabella risulta essere:

$$T \equiv T_{\text{sat}@p} = 125^\circ\text{C}$$

Il titolo, definito come il rapporto tra massa della fase gassosa e massa totale della miscela saturo liquido-vapore, si può calcolare sapendo che:

$$v = v_l + x \cdot (v_v - v_l) \equiv (1 - x) \cdot v_l + x \cdot v_v$$

Dalla relazione precedente si ottiene:

$$x = \frac{(v - v_l)}{(v_v - v_l)} = 0.2585 \equiv 25.85\%$$

L'entalpia specifica si determina a partire dalle entalpie del liquido saturo e del vapore saturo secco alla temperatura T dell'acqua di 125°C :

$$h_l \equiv h_{l,\text{sat}@T} = 524.99 \text{ kJ/kg}$$

$$h_v \equiv h_{v,\text{sat}@T} = 2713.5 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia della miscela saturo liquido-vapore vale quindi:

$$h = h_l + x \cdot (h_v - h_l) = 1090.7 \text{ kJ/kg}$$

– Commenti

Si sarebbe avuto un liquido sotto-raffreddato per $v < v_l$, un vapore surriscaldato per $v > v_v$.

B.V. Stato di una sostanza pura: miscela satura liquido-vapore (2)

– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua con massa 2.000 kg, volume 450 L e temperatura 115°C.

– Dati

$$m = 2.000 \text{ kg}$$

$$V = 450 \text{ L} = 0.450 \text{ m}^3$$

$$T = 115^\circ\text{C}$$

– Determinare

Stato.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Il volume specifico può essere ricavato attraverso la sua definizione:

$$v = V / m = 0.225 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Da tabella si ricavano i valori del volume specifico dell'acqua alla temperatura T data, in condizioni di saturazione. In particolare, il volume specifico del liquido saturo ed il volume specifico del vapore saturo secco valgono:

$$v_l \equiv v_{l,\text{sat}@T} = 0.001056 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_v \equiv v_{v,\text{sat}@T} = 1.0366 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Si verifica immediatamente che:

$$v_l < v < v_v$$

Pertanto, lo stato dell'acqua in esame è quello di miscela satura liquido-vapore (o “vapore saturo umido”). La pressione dell'acqua è quindi pari alla pressione di saturazione alla temperatura T data di 115°C, che da tabella risulta essere:

$$p \equiv p_{\text{sat}@T} = 0.16906 \text{ MPa}$$

Il titolo del vapore saturo è infine pari a:

$$x = \frac{(v - v_l)}{(v_v - v_l)} = 0.2163 \equiv 21.63\%$$

B.VI. Stato di una sostanza pura: vapore surriscaldato

– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua con pressione 14.5 bar e temperatura 470.00 K.

– Dati

$$p = 14.5 \text{ bar} = 1.45 \text{ MPa}$$

$$T = 470.00 \text{ K} = 196.85^\circ\text{C}$$

– Determinare

Stato.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

In tabella sono disponibili i valori della temperatura di saturazione dell'acqua a pressione 1.40 MPa e 1.50 MPa:

$$p_1 = 1.40 \text{ MPa}$$

$$T_1 \equiv T_{\text{sat}@p_1} = 195.07^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 1.50 \text{ MPa}$$

$$T_2 \equiv T_{\text{sat}@p_2} = 198.32^\circ\text{C}$$

La temperatura di saturazione alla pressione p data, pari a 1.45 MPa, può essere quindi ricavata per interpolazione lineare dei dati disponibili:

$$T_{\text{sat}@p} = T_1 + (T_2 - T_1) \cdot \frac{p - p_1}{p_2 - p_1} \equiv \frac{T_1 + T_2}{2} = 196.70^\circ\text{C}$$

Essendo la temperatura dell'acqua maggiore, seppur di poco, della temperatura di saturazione alla pressione data, si ha a che fare con un vapore surriscaldato.

B.VII. Stato e proprietà di una sostanza pura: vapore surriscaldato

– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua con massa 5.00 kg, posta a temperatura 400°C e pressione 30 bar. Si determinino inoltre il volume e l'energia interna dell'acqua.

– Dati

$$m = 5.00 \text{ kg}$$

$$T = 400^\circ\text{C}$$

$$p = 30 \text{ bar} = 3.0 \text{ MPa}$$

– Determinare

Stato, volume totale, energia interna totale.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Da tabella si ricava che la temperatura di saturazione dell'acqua alla pressione p data di 3.0 MPa è pari a:

$$T_{\text{sat}@p} = 233.90^{\circ}\text{C}$$

Poiché la temperatura T dell'acqua è superiore a tale valore, si ha a che fare con un vapore surriscaldato.

Da tabella si ricava che, alla pressione p e alla temperatura T date, il volume specifico e l'energia interna specifica del vapore d'acqua surriscaldato valgono, rispettivamente:

$$v \equiv v_{v@p\&T} = 0.09936 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$u \equiv u_{v@p\&T} = 2932.8 \text{ kJ/kg}$$

Il volume totale V e l'energia interna totale U sono infine pari a:

$$V = m \cdot v = 0.50 \text{ m}^3$$

$$U = m \cdot u = 14664 \text{ kJ} = 14.7 \text{ MJ}$$

B.VIII. Stato e proprietà di una sostanza pura: vapore surriscaldato (2)

– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua posta a pressione 0.80 MPa e temperatura 880°C. Si determini inoltre l'entalpia dell'acqua.

– Dati

$$p = 0.80 \text{ MPa}$$

$$T = 880^{\circ}\text{C}$$

– Determinare

Stato, entalpia specifica.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Si può facilmente verificare che la sostanza in esame è un vapore d'acqua surriscaldato. Infatti, si ricava da tabelle che, a pressione 0.80 MPa, la temperatura di saturazione dell'acqua è pari a 295.06°C, valore ben inferiore alla temperatura T data, pari a 880°C.

Nelle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato non sono disponibili, alla pressione p data di 0.80 MPa, i valori delle proprietà specifiche riferite alla temperatura T data di 880°C, ma solo quelli relativi alla temperatura di 800°C e alla temperatura di 900°C. Con particolare riferimento all'entalpia specifica, si ha che:

$$T_1 = 800^\circ\text{C}$$

$$h_1 \equiv h_{v@p\&T_1} = 4155.6 \text{ kJ/kg}$$

$$T_2 = 900^\circ\text{C}$$

$$h_2 \equiv h_{v@p\&T_2} = 4393.7 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia specifica si può quindi ricavare per interpolazione lineare dei valori sopra riportati.

$$h \equiv h_{v@p\&T} = h_1 + (h_2 - h_1) \cdot \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = 4346.1 \text{ kJ/kg}$$

B.IX. Stato e proprietà di una sostanza pura: vapore surriscaldato (3)

– Problema

Si individui lo stato di una quantità di acqua posta a pressione 1.05 MPa e temperatura 880°C. Si determini inoltre l'energia interna specifica dell'acqua.

– Dati

$$p = 1.05 \text{ MPa}$$

$$T = 880^\circ\text{C}$$

– Determinare

Stato, energia interna specifica.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Si può facilmente verificare che la sostanza in esame è un vapore d'acqua surriscaldato. Infatti, sono reperibili in tabella i valori della temperatura di saturazione dell'acqua a $p_A=1.00$ MPa e $p_B=1.10$ MPa; la temperatura di saturazione alla pressione è data di 1.05 MPa si ottiene tramite interpolazione lineare di tali valori (che in questo caso consiste, evidentemente, in una media secca):

$$T_{\text{sat}@p} = T_{\text{sat}@p_A} + (T_{\text{sat}@p_B} - T_{\text{sat}@p_A}) \cdot \frac{p - p_A}{p_B - p_A} \equiv \frac{T_{\text{sat}@p_B} + T_{\text{sat}@p_A}}{2} = \frac{179.91 + 184.09}{2} = 182.00^\circ\text{C}$$

L'acqua in esame si trova a temperatura largamente superiore.

Nelle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato sono disponibili, a pressione $p_A=1.00$ MPa, i valori dell'energia interna specifica a temperatura $T_1=800^\circ\text{C}$ e a temperatura $T_2=900^\circ\text{C}$:

$$p_A = 1.00 \text{ MPa}, T_1 = 800^\circ\text{C}$$

$$u_{A1} \equiv u_{v@p_A\&T_1} = 3660.4 \text{ kJ/kg}$$

$$p_A = 1.00 \text{ MPa}, T_2 = 900^\circ\text{C}$$

$$u_{A2} \equiv u_{v@p_A\&T_2} = 3852.2 \text{ kJ/kg}$$

A temperatura 880°C si ricava, per interpolazione lineare dei valori sopra riportati:

$$u_A \equiv u_{v@p_A \& T} = u_{A1} + (u_{A2} - u_{A1}) \cdot \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = 3813.8 \text{ kJ/kg}$$

A pressione $p_B=1.20$ MPa, i valori dell'energia interna specifica a temperatura $T_1=800^\circ\text{C}$ e a temperatura $T_2=900^\circ\text{C}$ sono pari a:

$$p_B = 1.20 \text{ MPa}, \quad T_1 = 800^\circ\text{C}$$

$$u_{B1} \equiv u_{v@p_A \& T_1} = 3659.7 \text{ kJ/kg}$$

$$p_B = 1.20 \text{ MPa}, \quad T_2 = 900^\circ\text{C}$$

$$u_{B2} \equiv u_{v@p_A \& T_2} = 3851.6 \text{ kJ/kg}$$

A temperatura 880°C si ricava quindi, per interpolazione lineare:

$$u_B \equiv u_{v@p_B \& T} = u_{B1} + (u_{B2} - u_{B1}) \cdot \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = 3813.2 \text{ kJ/kg}$$

Infine, eseguendo un'ulteriore interpolazione lineare dei valori dell'energia interna specifica precedentemente determinati, si ottiene:

$$u \equiv u_{v@p \& T} = u_A + (u_B - u_A) \cdot \frac{p - p_A}{p_B - p_A} = 3813.7 \text{ kJ/kg}$$

B.X. Volume di un vapore surriscaldato

– Problema

Data una quantità di acqua con massa 2.20 kg, temperatura 100°C e pressione 0.1 bar, si determini il volume da essa occupato.

– Dati

$$m = 2.20 \text{ kg}$$

$$T = 100^\circ\text{C}$$

$$p = 0.1 \text{ bar} = 0.01 \text{ MPa}$$

– Determinare

Volume occupato.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Da tabella si ricava che la pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura T data di 100°C vale:

$$p_{\text{sat}@T} = 0.10133 \text{ MPa}$$

Pertanto, essendo la pressione della quantità di acqua considerata inferiore a tale valore, si ha a che fare con un vapore surriscaldato. Dalle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato si ottiene, per la temperatura T e per la pressione p di riferimento di 0.01 MPa:

$$v = v_{v@T\&p} = 17.196 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Il volume occupato vale quindi:

$$V = m \cdot v = 37.8 \text{ m}^3$$

– Commenti

Il valore del volume specifico riportato nelle tabelle delle proprietà termodinamiche dell'acqua è stato rilevato sperimentalmente ed è quindi da ritenersi esatto (a meno, ovviamente, degli errori di misura).

Nel problema successivo, il volume specifico viene ricavato assimilando il vapore d'acqua ad un gas ideale nelle stesse condizioni di lavoro.

B.XI. Volume di un gas ideale

– Problema

Data una quantità di acqua con massa 2.20 kg, temperatura 100°C e pressione 0.1 bar, si determini il volume da essa occupato, ipotizzando di avere a che fare con un gas ideale e verificando la correttezza di tale ipotesi.

– Dati

$$m = 2.20 \text{ kg}$$

$$T = 100^\circ\text{C} = 373 \text{ K}$$

$$p = 0.1 \text{ bar} = 0.01 \text{ MPa} = 10'000 \text{ Pa}$$

– Determinare

Volume occupato.

– Ipotesi

Sostanza pura, gas ideale.

– Soluzione

La costante universale dei gas perfetti è pari a:

$$R_u = 8314.0 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

La massa molare dell'acqua è pari a (valore tabulato):

$$M = 18.015 \text{ kg}/\text{kmol}$$

La costante di gas perfetto dell'acqua è quindi pari a:

$$R = R_u / M = 461.5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Dall'equazione di stato dei gas perfetti si ottiene:

$$v = R \cdot T / p = 17.221 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$V = m \cdot v = 37.9 \text{ m}^3$$

Per verificare se l'ipotesi di gas ideale è accettabile, si verificano i valori di temperatura ridotta e pressione ridotta. A tal riguardo, si ricava da tabella che la temperatura e la pressione di punto critico dell'acqua sono pari a:

$$T_c = 647.3 \text{ K}$$

$$p_c = 22.09 \text{ MPa} = 22.09 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

La temperatura ridotta è pari a:

$$T_r = T / T_c = 0.5765$$

Tale valore non permette di confermare l'ipotesi. Occorre perciò verificar anche la pressione ridotta, che risulta essere pari a:

$$p_r = p / p_c = 0.000453$$

Poiché $p_r \ll 1$, è lecito assumere che l'acqua, nelle condizioni in esame, si comporti come un gas ideale.

– Commenti

A conferma della validità dell'ipotesi di lavoro, il valore calcolato per v mediante l'equazione di stato dei gas perfetti è pressoché identico a quello misurabile sperimentalmente, che dalle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato si ricava essere pari a $17.196 \text{ m}^3/\text{kg}$ (vedi problema precedente).

Quando si impiega l'equazione di stato dei gas, è consigliabile impiegare solo le unità di misura base del Sistema Internazionale (Pa, m, kg, K), convertendo in esse tutti i multipli ed i sotto-multipli (ad es., MPa, bar o kPa in Pa), nonché i gradi celsius in gradi kelvin.

B.XII. * Proprietà di un gas reale (1)

– Problema

Data una quantità di acqua con temperatura 350°C e pressione 3.50 MPa , se ne determini il volume specifico.

– Dati

$$T = 350^\circ\text{C} = 623 \text{ K}$$

$$p = 3.50 \text{ MPa} = 3.50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

– Determinare

Volume specifico.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Da tabella si ricava che la costante di gas perfetto dell'acqua è pari a:

$$R = 0.4615 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 461.5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Per verificare se si ha a che fare con un gas ideale, si devono verificare i valori di temperatura ridotta e pressione ridotta. A tal riguardo, si ricava da tabella che la temperatura e la pressione di punto critico dell'acqua sono pari a:

$$T_c = 647.3 \text{ K}$$

$$p_c = 22.09 \text{ MPa} = 22.09 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

La temperatura ridotta e la pressione ridotta della quantità di acqua in esame valgono quindi:

$$T_r = T/T_c = 0.9627$$

$$p_r = p/p_c = 0.158$$

Tali valori non permettono di asserire che l'acqua, nella condizioni in esame, si comporti come un gas ideale. Infatti, calcolandone il volume specifico con l'equazione di stato dei gas ideali, si ottiene:

$$v' = R \cdot T/p = 0.08217 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Dalle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato si ottiene invece che il volume specifico rilevato sperimentalmente alla pressione p e temperatura T date, rispettivamente pari a 3.50 MPa e 350°C, vale:

$$v \equiv v_{v@p\&T} = 0.07678 \text{ m}^3/\text{kg}$$

L'errore commesso ipotizzando di avere un gas ideale si può valutare come segue:

$$\frac{|v - v'|}{v} = 0.070 = 7.0\%$$

Si può giungere ad un valore più corretto impiegando l'equazione di stato dei gas reali, in cui si introduce un fattore di compressibilità Z , determinato mediante apposito diagramma a partire dalle pressione e temperatura ridotte.

$$Z = Z(p_r, T_r) = 0.94$$

$$v'' = Z \cdot R \cdot T/p = 0.0772 \text{ m}^3/\text{kg}$$

L'errore così commesso è molto più contenuto:

$$\frac{|v - v''|}{v} = 0.006 = 0.6\%$$

B.XIII. * Proprietà di un gas reale (2)

– Problema

Data una quantità di anidride carbonica (CO_2) con volume 500 dm³, temperatura 46°C e pressione 30 bar, se ne determini la massa.

– Dati

$$V = 500 \text{ dm}^3 = 0.500 \text{ m}^3$$

$$T = 46^\circ\text{C} = 319 \text{ K}$$

$$p = 30 \text{ bar} = 3.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

– Determinare

Massa.

– Ipotesi

Sostanza pura.

– Soluzione

Da tabella si ricava che la temperatura e la pressione di punto critico dell'anidride carbonica (biossido di carbonio) sono:

$$T_c = 304.2 \text{ K}$$

$$p_c = 7.39 \text{ MPa} = 7.39 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Nel caso allo studio, la temperatura ridotta e la pressione ridotta sono pari a:

$$T_r = T/T_c = 1.049$$

$$p_r = p/p_c = 0.406$$

Tali valori non permettono di asserire che, nelle condizioni in esame, l'anidride carbonica si comporti come un gas ideale. Per valutare il volume specifico a partire da pressione e temperatura occorre quindi impiegare un'equazione di stato di gas reale, oppure valutando il fattore di compressibilità. Con i valori calcolati di temperatura e di pressione ridotta, da diagramma si ottiene:

$$Z = Z(p_r, T_r) = 0.83$$

La costante di gas perfetto dell'anidride carbonica, tabulata, è pari a:

$$R = 0.1889 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 188.9 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Il volume specifico è quindi pari a:

$$v = Z \cdot R \cdot T/p = 0.0167 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Infine, la massa è pari a:

$$m = V/v = 30 \text{ kg}$$

B.XIV. * Proprietà dell'aria come gas ideale– Problema

Verificare che l'aria secca in condizioni atmosferiche tipiche (temperatura 27°C e pressione 1 atm) si può considerare un gas perfetto.

– Dati

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$p = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

– Determinare

Fattore di compressibilità (Z).

– Ipotesi

Sostanza omogenea.

– Soluzione

L'aria, pur essendo costituita da una miscela di gas, si comporta generalmente come una sostanza pura.

La costante di gas perfetto e la temperatura e pressione di punto critico dell'aria sono tabulate:

$$R = 0.2870 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 287.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$T_c = 132.5 \text{ K}$$

$$p_c = 3.77 \text{ MPa} = 3.77 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Nel caso allo studio, la temperatura ridotta e la pressione ridotta sono pari a:

$$T_r = T/T_c = 2.265$$

$$p_r = p/p_c = 0.027$$

Per tali valori, si può ricavare da diagramma:

$$Z = Z(p_r, T_r) \cong 1$$

L'aria ambiente in condizioni atmosferiche tipiche può pertanto essere approssimata a gas ideale.

– Commenti

Nella maggior parte dei cicli di conversione dell'energia a gas (cicli Joule, Otto, Diesel, ecc.) la composizione del fluido processato si può assimilare a quella dell'aria, sia prima che dopo la combustione. Inoltre, le condizioni di lavoro sono generalmente tali che il fluido può essere considerato un gas ideale in pressoché tutte le fasi dei suddetti cicli.

B.XV. * Proprietà dell'aria come gas reale– Problema

Si determini il volume occupato da 16 kg di aria, posti a temperatura 27°C e pressione 225 atm (1 atm = 101'325 Pa).

– Dati

$$m = 16 \text{ kg}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$p = 225 \text{ atm} = 2.28 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

– Determinare

Volume occupato.

– Ipotesi

Sostanza omogenea.

– Soluzione

La costante di gas perfetto e la temperatura e pressione di punto critico dell'aria sono tabulate:

$$R = 0.2870 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 287.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$T_c = 132.5 \text{ K}$$

$$p_c = 3.77 \text{ MPa} = 3.77 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Nel caso allo studio, la temperatura ridotta e la pressione ridotta sono pari a:

$$T_r = T/T_c = 2.265$$

$$p_r = p/p_c = 6.047$$

Per tali valori, si può ricavare da diagramma:

$$Z = Z(p_r, T_r) = 1.04$$

Il volume specifico è quindi pari a:

$$v = Z \cdot R \cdot T/p = 0.00393 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Infine, il volume occupato è pari a:

$$V = m \cdot v = 0.063 \text{ m}^3$$

– Commenti

Ad alte pressioni l'aria, anche se mantenuta a temperatura ambiente, non si può considerare un gas perfetto. La differenza è tuttavia piccola e Z assume valori non molto discosti dall'unità.

B.XVI. * Proprietà di un gas reale (3)– Problema

Si determini la pressione che assume una massa di 400 kg di azoto (N_2), mantenuta a temperatura -83°C in un serbatoio con volume 2000 L.

– Dati

$$m = 400 \text{ kg}$$

$$V = 2000 \text{ L} = 2.000 \text{ m}^3$$

$$T = -83^\circ\text{C} = 190 \text{ K}$$

– Determinare

Pressione.

– Ipotesi

Gas reale.

– Soluzione

Il volume specifico può essere calcolato attraverso la sua definizione:

$$v = V/m = 5.00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

La costante di gas perfetto, la temperatura di punto critico e la pressione di punto critico dell'azoto sono tabulate:

$$R = 0.2968 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 296.8 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$T_c = 126.2 \text{ K}$$

$$p_c = 3.39 \text{ MPa} = 3.39 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Nel caso allo studio, la temperatura ridotta è pari a:

$$T_r = T/T_c = 1.51$$

Tale valore non consente a priori di considerare l'azoto un gas perfetto. D'altra parte, non sono disponibili informazioni dirette sulla pressione ridotta. Si impiega allora il cosiddetto "volume pseudocritico ridotto", calcolato come segue:

$$v'_r = \frac{v}{R \cdot T_c / p_c} = 0.45$$

Per la temperatura e il volume pseudocritico ridotti precedentemente ricavati si ottiene da diagramma:

$$Z = Z(T_r, v'_r) = 0.81$$

La pressione dell'azoto nel serbatoio è quindi pari a:

$$p = Z \cdot R \cdot T / v = 9.14 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 9.14 \text{ MPa}$$

$$p = Z \cdot R \cdot T / v = 9.14 \text{ MPa}$$

Se si fosse impiegata l'equazione di gas ideale, si sarebbe ottenuta una pressione pari a:

$$p' = R \cdot T / v = 11.29 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 11.29 \text{ MPa}$$

La sovrastima sarebbe quindi stata, in percentuale:

$$\frac{|p' - p|}{p} = 0.235 = 23.5\%$$

– Commenti

Il volume pseudocritico ridotto si impiega tutte le volte che la pressione ridotta e la temperatura ridotta non sono simultaneamente note.